

۹۴-۹۵

حل مسائل فیزیک سال سوم دبیرستان

ریاضی فیزیک

حمیدرضا طهماسبی

www.physicsteach.ir



۱- در فرایند هم حجم کار انجام شده صفر است. برای محاسبه گرمای مبادله شده، ابتدا دمای اولیه گاز را محاسبه می کنیم:

$$T = \frac{PV}{nR}$$

$$\Rightarrow T = \frac{(1.5 \times 10^5 \text{ Pa})(8.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3)}{(0.5 \text{ mol}) \left(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right)} = 300 \text{ K}$$

با دو برابر شدن فشار در حجم ثابت دما باید دو برابر شود، بنابراین تغییر دما برابر است با:

$$\Delta T = 600 \text{ K} - 300 \text{ K} = 300 \text{ K}$$

بنابراین گرمای مبادله شده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$Q = nC_{MV}\Delta T$$

که برای گاز های تک اتمی $C_{MV} = \frac{3}{2}R$

$$Q = n \frac{3}{2} R \Delta T$$

$$\Rightarrow Q = (0.5 \text{ mol}) \left(\frac{3}{2}\right) \left(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) (300 \text{ K}) = 1867.5 \text{ J}$$

در این حالت کار انجام شده (کار محیط) در فرایند هم فشار برابر است با:

$$W = -P\Delta V$$

$$\Rightarrow W = -(1.5 \times 10^5 \text{ Pa})(4.15 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 8.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 6.225 \text{ J}$$

چون حجم گاز به طور هم فشار نصف شده است:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_1}{300 \text{ K}} = \frac{(0.5)V_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = 150 \text{ K}$$

و تغییر دما برابر است با:

$$\Delta T = 150 \text{ K} - 300 \text{ K} = -150 \text{ K}$$

بنابراین، گرمای مبادله شده برابر است با:

$$Q = n \frac{3}{2} R \Delta T$$

$$\Rightarrow Q = (0.5 \text{ mol}) \left(\frac{3}{2} \right) \left(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right) (-150 \text{ K}) = -933.75 \text{ J}$$

۲- الف) با توجه به شکل، جهت چرخه ساعتگرد است، بنابراین گاز در این فرایند گرما گرفته است.

ب) در یک چرخه:

$$\Delta U = 0$$

$$\Rightarrow Q + W = 0$$

$$\Rightarrow W = -Q = -400 \text{ J}$$

۳- تغییر انرژی درونی در یک چرخه ی کامل صفر است، بنابراین ما می توانیم چرخه را به دو قسمت تقسیم کنیم از a تا c و از c تا a در جهت فلش های شکل، بنابراین:

$$\Delta U = \Delta U_{ac} + \Delta U_{ca} = 0$$

$$\begin{cases} \Delta U_{ac} = -200 \text{ J} \\ \Delta U_{ca} = Q + W = 180 \text{ J} + 80 \text{ J} + W \end{cases} \Rightarrow -200 \text{ J} + 180 \text{ J} + 80 \text{ J} + W = 0$$

$$\Rightarrow W = 60 \text{ J}$$

از d به a ، تغییر حجمی رخ نمی دهد، بنابراین کار انجام شده در این مسیر صفر است. بنابراین کار انجام شده از c تا d برابر است با: $W = 60 \text{ J}$

۴- الف) با توجه به رابطه ی بازده چرخه ماشین کارنو، داریم:

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_c}{T_H} = 1 - \frac{280 \text{ K}}{360 \text{ K}}$$

$$\Rightarrow \eta_{max} = 0.22$$

بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$\eta_{max} = \frac{|W|}{Q_H}$$

$$\Rightarrow |W| = Q_H \eta_{max} = (750 \text{ J})(0.22) = 165 \text{ J}$$

(ب) با توجه به قانون اول ترمودینامیک، داریم:

$$|Q_C| = 750 \text{ J} - 165 \text{ J} = 585 \text{ J}$$

۵- الف)

$$\Delta U = Q + W = 90 \text{ J} - 70 \text{ J} = 20 \text{ J}$$

(ب) در این حالت قدر مطلق کار انجام شده از حالت اول کمتر است. (کار انجام شده برابر مساحت زیر منحنی است).

چون تغییر انرژی درونی برای هر دو حالت یکسان است، بنابراین گرمای داده شده به گاز نیز کمتر است.

(پ) در یک چرخه تغییر انرژی درونی برابر صفر است. بنابراین همان مقدار که به جسم انرژی داده شده است باید از آن انرژی بگیریم. یعنی ۲۰ ژول.

۶- در یک چرخه:

$$\begin{aligned}\Delta U &= 0 \\ \Rightarrow Q + W &= 0\end{aligned}$$

و کار انجام شده توسط گاز \dot{W} برابر مساحت مثلث ABC است.

$$W = -\dot{W} = -\frac{1}{2}(30 \times 10^5 \text{ Pa})(3.0 \times 10^{-3}) = -4.5 \times 10^3 \text{ J}$$

بنابراین گرمای مبادله شده در این چرخه برابر است با:

$$\begin{aligned}Q &= -W \\ \Rightarrow Q &= -(-4.5 \times 10^3 \text{ J}) = +4.5 \times 10^3 \text{ J}\end{aligned}$$

۷- الف)

$$|W| = Q_H - |Q_C|$$

$$\Rightarrow |W| = 1.5 \times 10^5 \text{ MJ} - 9.0 \times 10^4 \text{ MJ} = 0.6 \times 10^5 \text{ MJ}$$

(ب)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{0.6 \times 10^5 \text{ MJ}}{1.5 \times 10^5 \text{ MJ}} = 0.4$$

۸- الف)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2000 \text{ J}}{8000 \text{ J}} = 0.25$$

ب) در هر چرخه:

$$\Delta U = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U = Q_H - |W| - |Q_C| = 0$$

$$\Rightarrow |Q_C| = Q_H - |W| = 8000 \text{ J} - 2000 \text{ J} = 6000 \text{ J}$$

پ) گرمای حاصل از سوختن یک گرم سوخت برابر 5×10^4 ژول است، بنابراین:

$$m = \frac{8000 \text{ J}}{5 \times 10^4 \text{ J/g}} = 0.16 \text{ g}$$

ت)

$$P = \frac{W}{t} = \frac{2000 \text{ J}}{\frac{1}{40} \text{ s}} = 80 \text{ kW}$$

۹- الف) مقدار گرمای گرفته شده از آب در هر ساعت برابر است با:

$$Q_C = mc_{\text{آب}} \Delta \theta + mL_F + mc_{\text{یخ}} \Delta \theta$$

$$\Rightarrow Q_C = (1.5)(4.2 \times 10^3)(20) + (1.5)(3.3 \times 10^5) + (1.5)(2.1 \times 10^3)(10)$$

$$\Rightarrow Q_C = 6.6 \times 10^5 \text{ J}$$

ب) مقدار انرژی الکتریکی مصرف شده برابر با کار انجام شده توسط یخ ساز در هر ساعت:

$$W = \frac{Q_C}{K} = \frac{6.6 \times 10^5 \text{ J}}{4} = 1.6 \times 10^5 \text{ J}$$

پ)

$$|Q_H| = Q_C + W$$

$$\Rightarrow |Q_H| = 6.6 \times 10^5 \text{ J} + 1.6 \times 10^5 \text{ J} = 8.2 \times 10^5 \text{ J}$$

۱۰- الف) کار انجام شده توسط کولر در مدت یک دقیقه برابر است با:

$$W = |Q_H| - Q_C = 1.3 \times 10^5 \text{ J} - 9.0 \times 10^4 \text{ J} = 4.0 \times 10^4 \text{ J}$$

توان مصرفی کولر برابر است با:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4.0 \times 10^4 \text{ J}}{60 \text{ s}} \approx 6.7 \times 10^2 \text{ W}$$

(ب)

$$K = \frac{Q_C}{W} = \frac{9.0 \times 10^4 \text{ J}}{4.0 \times 10^4 \text{ J}} = 2.25$$

(۱۱- الف) کار انجام شده برابر مساحت داخل چرخه است:

$$|W| = (1.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.02 \text{ m}^3) = 2.0 \times 10^3 \text{ J}$$

(ب) برای محاسبه ی گرمای مبادله شده در فرایند abc اختلاف دمای گاز را در نقاط a و c محاسبه می کنیم:

$$T_b - T_a = \frac{P_b V_b}{nR} - \frac{P_a V_a}{nR}$$

$$\Rightarrow T_b - T_a = \frac{(2.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.04 \text{ m}^3) - (1.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.02 \text{ m}^3)}{(1 \text{ mol}) \left(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right)}$$

$$\Rightarrow \Delta T = T_b - T_a \approx 723 \text{ K}$$

بنابراین گرمای مبادله شده برابر است با:

$$Q = nC_{MV}\Delta T$$

که برای گاز های تک اتمی $C_{MV} = \frac{3}{2}R$

$$Q = n \frac{3}{2} R \Delta T = (1 \text{ mol}) \left(\frac{3}{2}\right) \left(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}\right) (723 \text{ K}) \approx 9.0 \times 10^3 \text{ J}$$

(پ) مقدار گرمای گرفته شده در چرخه برابر با مقدار بدست آمده در قسمت قبل است بنابراین بازده ی چرخه برابر است با:

$$Q_H = Q$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{2.0 \times 10^3 \text{ J}}{9.0 \times 10^3 \text{ J}} \approx 0.22$$

(ت) بازده ماشین کارنو برابر است با:

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_c}{T_H} = 1 - \frac{\frac{(1.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.02 \text{ m}^3)}{(1 \text{ mol})(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})}}{\frac{(2.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.04 \text{ m}^3)}{(1 \text{ mol})(8.3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})}} = 1 - \frac{(1.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.02 \text{ m}^3)}{(2.0 \times 10^5 \text{ Pa})(0.04 \text{ m}^3)}$$

$$\eta_{max} = 1 - 0.25 = 0.75$$

۱۲- الف) برای ماشین های A و B به ترتیب داریم:

$$|Q_C| + |W| = 1705 \text{ J} + 40 \text{ J} \neq 2000 \text{ J} = Q_H$$

$$|Q_C| + |W| = 200 \text{ J} + 400 \text{ J} \neq 500 \text{ J} = Q_H$$

که با قانون اول ترمودینامیک که در یک چرخه به صورت زیر است تناقض دارد:

$$|Q_C| + |W| = Q_H$$

بنابراین ماشین های A و B قانون اول ترمودینامیک را نقض می کنند.

ب) ماشین های A و B قانون اول ترمودینامیک را نقض می کنند، بنابراین قابلیت ساخت ندارد.

۱۳- الف) با توجه به رابطه بازده ی ماشین های گرمایی، داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H}$$

$$\Rightarrow Q_H = \frac{|W|}{\eta} = \frac{8.2 \times 10^3 \text{ J}}{0.25} \approx 3.3 \times 10^4 \text{ J}$$

و قانون اول ترمودینامیک:

$$|Q_C| + |W| = Q_H$$

$$\Rightarrow |Q_C| = Q_H - |W| = 3.3 \times 10^4 \text{ J} - 8.2 \times 10^3 \text{ J} = 2.3 \times 10^4 \text{ J}$$

۱۴- ابتدا دما ها را برحسب کلون می نویسیم:

$$T_c = 273 + 7^\circ\text{C} = 280 \text{ K}$$

$$T_H = 273 + 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

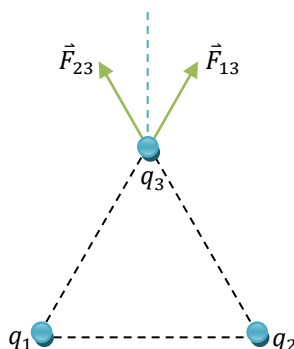
با توجه به رابطه ی بازده چرخه ماشین کارنو، داریم:

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_c}{T_H} = 1 - \frac{280 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 0.067$$

یا: 6.7%



۱- با توجه به شکل:



نیروی وارده به بار q_3 از طرف هر دو بار مطابق شکل دافعه است. ابتدا اندازه ی نیروهای وارده از طرف هر یک از بار ها را تعیین می کنیم:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-9})(5 \times 10^{-6})}{(0.08)^2} \approx 28 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 \cdot q_3}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(4 \times 10^{-9})(5 \times 10^{-6})}{(0.08)^2} \approx 28 \times 10^{-3} \text{ N}$$

زاویه بین بردار های F_{23} و F_{13} برابر است با 2θ ، از طرفی:

$$\sin \theta = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\Rightarrow 2\theta = 60^\circ$$

اندازه ی براینده بردار های F_{23} و F_{13} برابر است با:

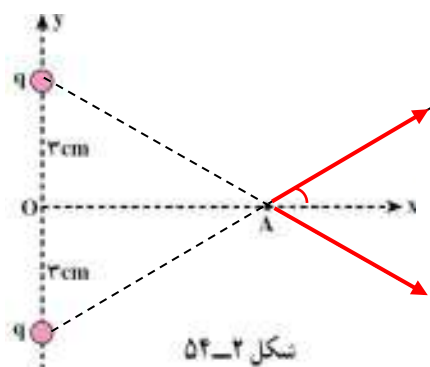
$$F_T^2 = F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23} \cos 2\theta$$

بنابراین:

$$F_T^2 = (28 \times 10^{-3} \text{ N})^2 + (28 \times 10^{-3} \text{ N})^2 + 2(28 \times 10^{-3} \text{ N})^2 \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow F_T^2 = 3(28 \times 10^{-3} \text{ N})^2$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{3}(28 \times 10^{-3}) \text{ N}$$



ابتدا میدان الکتریکی هر یک از بار ها را در نقطه ی A محاسبه می کنیم.

فاصله ی هر یک از بار ها از نقطه ی A برابر است با:

$$r^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$\Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

چون اندازه ی و علامت هر دو بار الکتریکی یکسان و فاصله آنها نیز تا نقطه A برابر است داریم:

$$E_1 = E_2 = k \frac{q}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(1 \times 10^{-9})}{(0.05)^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = E_2 = 36 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

با توجه به شکل چون $E_1 = E_2$ ، مولفه های y این میدان ها برابر و در خلاف جهت هم هستند و یکدیگر را حذف می کنند. بنابراین میدان برابری است با:

$$E_T = E_1 \cos \theta + E_2 \cos \theta = 2E_1 \cos \theta$$

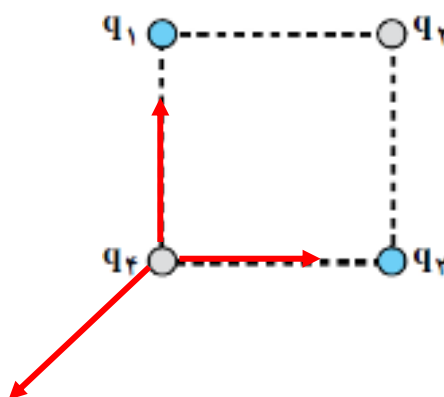
از طرفی:

$$\cos \theta = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\Rightarrow E_T = (2)(36 \times 10^2)(0.8) = 57.6 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

جهت این میدان در جهت محور x ها است.

۳- هنگامی بار q_4 در حال تعادل است که برآیند میدان الکتریکی ناشی از سه بار دیگر در محل قرار گرفتن بار q_4 برابر صفر باشد. بنابراین طبق شکل:



میدان های E_1 و E_3 دارای اندازه ی یکسان و بر هم عمود اند. بنابراین میدان ناشی از بار q_2 باید در خلاف جهت برآیند میدان های E_1 و E_3 و اندازه ای مساوی با برآیند این دو میدان داشته باشد:

$$E_2^2 = E_1^2 + E_3^2$$

اگر فاصله بار های q_1 و q_3 تا بار q_4 برابر r باشد فاصله ی بار q_2 تا بار q_4 برابر است با:

$$r_2^2 = r^2 + r^2 = 2r^2$$

بنابراین:

$$\left(k \frac{q_2}{r_2^2}\right)^2 = \left(k \frac{q_1}{r^2}\right)^2 + \left(k \frac{q_3}{r^2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{r_2^2=2r^2} \left(\frac{q_2}{2}\right)^2 = q_1^2 + q_3^2 \Rightarrow \left(\frac{q_2}{2}\right)^2 = 2(5 \times 10^{-6})^2$$

$$\Rightarrow q_2 = 10\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ C}$$

و علامت آن مثبت است.

۴- الف) اگر ما دو پروتون را به صورت جداگانه در نظر بگیریم، بزرگی نیروی الکترواستاتیکی برابر است با:

$$F_e = k \frac{q_p q_p}{r^2} = \left(8.99 \times \frac{10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})}{(4.0 \times 10^{-15} \text{ m})^2}$$

$$\Rightarrow F_e \approx 14.4 \text{ N}$$

ب) بزرگی نیروی گرانش، برابر است با:

$$F_g = G \frac{m_p m_p}{r^2} = \left(6.67 \times \frac{10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \right) \frac{(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(4.0 \times 10^{-15} \text{ m})^2}$$

$$\Rightarrow F_g \approx 1.16 \times 10^{-35} \text{ N}$$

پ) نسبت این دو نیرو برابر است با:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{14.4 \text{ N}}{1.16 \times 10^{-35} \text{ N}} \approx 12.4 \times 10^{-35}$$

یعنی، نیروی گرانشی در مقابل نیروی الکترواستاتیکی قابل چشم پوشی است.

۵- در این حالت برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است، چون جهت میدان رو به پایین است و نیروی الکترواستاتیکی رو به بالا وارد می شود؛ ذره بار الکتریکی منفی دارد و برای تعیین بزرگی آن دو نیروگرانشی و الکترواستاتیکی را مساوی قرار می دهیم:

$$W = F_e$$

$$\Rightarrow mg = Eq$$

$$\Rightarrow (2.0 \times 10^{-3} \text{ kg})(10 \text{ N/kg}) = (5.0 \times 10^5 \text{ N/C})q$$

$$\Rightarrow q = 4.0 \times 10^{-8} \text{ C}$$

۶- ابتدا مساحت سطح مکعب را محاسبه می کنیم:

$$A = 6 \times (0.4 \text{ m})(0.4 \text{ m}) = 0.96 \text{ m}^2$$

چگالی سطحی بار برابر است با:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{2.0 \times 10^{-9} \text{ C}}{0.96 \text{ m}^2} \approx 2.1 \times 10^{-9} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

۷- الف)

$$F = qE$$

$$\Rightarrow F = (50 \times 10^{-9} \text{ C})(8.0 \times 10^5 \text{ N/C}) = 4.0 \times 10^{-2} \text{ N}$$

ب) کاری که ما در این جابه جایی انجام می دهیم برابر منفی کاری است که میدان الکتریکی در این جابه جایی انجام می دهد:

$$W = -F \cdot d = -Fd \cos(\pi - \alpha)$$

$$\Rightarrow W = +Fd \cos \alpha = (4.0 \times 10^{-2} \text{ N})(2.0 \text{ m})(0.86) \approx 6.9 \times 10^{-2} \text{ J}$$

پ) تغییر انرژی پتانسیل برابر است با کار انجام شده در این جابه جایی:

$$\Delta U = W = +6.9 \times 10^{-2} \text{ J}$$

۸- با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل داریم:

$$V = \frac{U}{q} = \frac{F \cdot d}{q} = \frac{F}{q} d = Ed$$

$$\Rightarrow V = Ed$$

$$\Rightarrow E = \frac{V}{d} = \frac{(100 \text{ V})}{(0.020 \text{ m})} = 5.00 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

صفحه ای که به قطب مثبت باتری متصل است پتانسیل الکتریکی بیشتری دارد.

۹-

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{U_B - U_A}{q}$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{5.0 \times 10^{-5} \text{ J} + 4.0 \times 10^{-5} \text{ J}}{20 \times 10^{-9} \text{ C}} = 4.5 \times 10^3 \text{ V}$$

۱۰- الف)

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow \Delta U = (-40 \times 10^{-9} \text{ C})[-10 \text{ V} - (-40 \text{ V})] = -1.2 \times 10^{-6} \text{ J}$$

انرژی پتانسیل کاهش پیدا می کند.

ب) به انرژی جنبشی تبدیل می شود.

۱۱- با توجه به رابطه ی ظرفیت خازن تخت $(C = k\epsilon_0 \frac{A}{d})$ ، می توانیم بنویسیم:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\Rightarrow A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1.0 \text{ F})(1.0 \times 10^{-3} \text{ m})}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} \approx 1.1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

نتیجه می گیریم که هر چه مساحت صفحات خازن بزرگتر و فاصله ی بین صفحات آن بیشتر باشد، ظرفیت خازن بزرگتر است.

۱۲- چون ظرفیت خازن ثابت است داریم:

$$\begin{cases} q_1 = CV_1 \\ q_2 = CV_2 \end{cases} \Rightarrow q_2 - q_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow C = \frac{q_2 - q_1}{V_2 - V_1}$$

$$\Rightarrow C = \frac{15 \times 10^{-6} \text{ C}}{40 \text{ V} - 28 \text{ V}} = 1.25 \times 10^{-6} \text{ F}$$

۱۳- الف) ابتدا بار ذخیره شده روی خازن ها را قبل از متصل کردن به هم محاسبه می کنیم:

$$q_1 = C_1 V_1 = (5.0 \times 10^{-6} \text{ F})(1.2 \times 10^3 \text{ V}) = 6.0 \times 10^{-3} \text{ C}$$

$$q_2 = C_2 V_2 = (10 \times 10^{-6} \text{ F})(7.5 \times 10^2 \text{ V}) = 7.5 \times 10^{-3} \text{ C}$$

هنگامی که صفحه های همنام این دو خازن را به یکدیگر متصل کنیم بار ها جابه جا شده ولی کل بار روی هر دو خازن تغییر نمی کند:

$$\dot{q}_1 + \dot{q}_2 = q_1 + q_2 = 13.5 \times 10^{-3} \text{ C}$$

و چون دو خازن به صورت موازی به یکدیگر متصل شده اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن ها با هم برابر است:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{q}_1}{C_1} = \frac{\dot{q}_2}{C_2}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{q}_1}{5.0 \times 10^{-6} \text{ F}} = \frac{\dot{q}_2}{10 \times 10^{-6} \text{ F}}$$

$$\Rightarrow \dot{q}_1 = \frac{5.0 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-6}} \dot{q}_2$$

با استفاده از دو معادله ی زیر مقدار بار دو خازن به دست می آید:

$$\begin{cases} \dot{q}_1 + \dot{q}_2 = 13.5 \times 10^{-3} \text{ C} \\ \dot{q}_1 = \frac{5 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-6}} \dot{q}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{q}_1 = 4.5 \times 10^{-3} \text{ C} \\ \dot{q}_2 = 9.0 \times 10^{-3} \text{ C} \end{cases}$$

از طرفی:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 = \frac{\dot{q}_1}{C_1} = \frac{4.5 \times 10^{-3} \text{ C}}{5.0 \times 10^{-6} \text{ F}} = 9.0 \times 10^2 \text{ V}$$

(ب) قبل از اتصال:

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (5.0 \times 10^{-6} \text{ F}) (1.2 \times 10^3 \text{ V})^2 = 3.6 \text{ J}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (10 \times 10^{-6} \text{ F}) (7.5 \times 10^2 \text{ V})^2 = 2.8 \text{ J}$$

$$U_1 + U_2 = 3.6 \text{ J} + 2.8 \text{ J} = 6.4 \text{ J}$$

بعد از اتصال:

$$\dot{U}_1 = \frac{1}{2} C_1 \dot{V}_1^2 = \frac{1}{2} (5.0 \times 10^{-6} \text{ F}) (9.0 \times 10^2 \text{ V})^2 \approx 2.0 \text{ J}$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{2} C_2 \dot{V}_2^2 = \frac{1}{2} (10 \times 10^{-6} \text{ F}) (9.0 \times 10^2 \text{ V})^2 \approx 4.0 \text{ J}$$

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 2.0 \text{ J} + 4.0 \text{ J} = 6.0 \text{ J}$$

۱۴- این مقدار انرژی در خازن ذخیره می شود، ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر خازن را محاسبه می کنیم:

$$\Delta U = q \Delta V$$

$$\Rightarrow V = \frac{U}{q} = \frac{8.0 \text{ J}}{3.0 \times 10^{-3} \text{ C}} = 2.6 \times 10^3 \text{ V}$$

بار ذخیره شده در خازن تحت این اختلاف پتانسیل برابر است با:

$$q = CV = (12 \times 10^{-6} \text{ F}) (2.6 \times 10^3 \text{ V}) = 32 \times 10^{-3} \text{ C}$$

(۱۵- الف)

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{8.0 \mu\text{F}} + \frac{1}{1.0 \mu\text{F} + 3.0 \mu\text{F}} + \frac{1}{8.0 \mu\text{F}} = \frac{1 + 2 + 1}{8.0 \mu\text{F}} = \frac{1}{2.0 \mu\text{F}}$$

$$\Rightarrow C = 2.0 \mu\text{F}$$

(ب) بار الکتریکی ذخیره شده کل مدار برابر است با:

$$q = q_1 = q_2 + q_3 = q_4 = CV = (2.0 \times 10^{-6} \text{ F}) (10 \text{ V}) = 20 \times 10^{-6} \text{ C}$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن ها برابر است با:

$$V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{20 \times 10^{-6} \text{ C}}{8.0 \times 10^{-6} \text{ F}} = 2.5 \text{ V}$$

$$V_4 = \frac{q_4}{C_4} = \frac{20 \times 10^{-6} \text{ C}}{8.0 \times 10^{-6} \text{ F}} = 2.5 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن های C_2 و C_3 که با هم موازی هستند برابر است با:

$$V_2 = V_3 = 10 - (V_1 + V_4) = 10 - 5 = 5.0 \text{ V}$$

بار ذخیره شده در خازن های C_2 و C_3 برابر است با:

$$q_2 = C_2 V_2 = (1.0 \times 10^{-6} \text{ F})(5.0 \text{ V}) = 5.0 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_3 = C_3 V_3 = (3.0 \times 10^{-6} \text{ F})(5.0 \text{ V}) = 15 \times 10^{-6} \text{ C}$$

۱۶- الف) اگر کلید باز باشد، هر سه خازن در مدار قرار می گیرند. ابتدا ظرفیت معادل مدار را محاسبه می کنیم؛ خازن های ۲ و ۴ میکرو فارادی با هم موازی اند:

$$C_{2,4} = C_2 + C_4 = 2.0 \mu\text{F} + 4.0 \mu\text{F} = 6.0 \mu\text{F}$$

خازن $C_{2,4}$ با خازن ۹ میکرو فارادی به صورت متوالی هستند:

$$\frac{1}{C_{2,4,9}} = \frac{1}{C_{2,4}} + \frac{1}{C_9} = \frac{1}{6.0 \mu\text{F}} + \frac{1}{9.0 \mu\text{F}} = \frac{5}{18 \mu\text{F}}$$

$$\Rightarrow C_{2,4,9} = 3.6 \mu\text{F}$$

انرژی ذخیره شده در خازن معادل برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} C_{2,4,9} V^2 = \frac{1}{2} (3.6 \times 10^{-6} \text{ F})(10 \text{ V})^2 = 1.8 \times 10^{-4} \text{ J}$$

ب) اگر کلید بسته شود خازن ۹ میکرو فارادی از مدار خارج می شود و ظرفیت معادل برابر است با:

$$C = C_{2,4} = C_2 + C_4 = 2.0 \mu\text{F} + 4.0 \mu\text{F} = 6.0 \mu\text{F}$$

و انرژی ذخیره شده در خازن معادل برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} C_{2,4} V^2 = \frac{1}{2} (6.0 \times 10^{-6} \text{ F})(10 \text{ V})^2 = 3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$$

۱۷- ابتدا ما باید ظرفیت خازن معادل را برای مدار نشان داده شده محاسبه کنیم؛

خازن های ۱۲ و ۴ پیکو فارادی در پایین شکل به صورت متوالی هستند و ظرفیت معادل آن ها برابر است با:

$$\frac{1}{C_{12,4}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{12 \text{ pF}} + \frac{1}{4.0 \text{ pF}} = \frac{1}{3.0 \text{ pF}}$$

$$\Rightarrow C_{2,4} = 3.0 \text{ pF}$$

خازن های ۶ و ۳ پیکو فارادی نیز به صورت متوالی هستند و ظرفیت معادل آن ها برابر است با:

$$\frac{1}{C_{6,3}} = \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6.0 \text{ pF}} + \frac{1}{3.0 \text{ pF}} = \frac{1}{2.0 \text{ pF}}$$

$$\Rightarrow C_{2,4} = 2.0 \text{ pF}$$

باقی خازن ها با این دو خازن موازی هستند، بنابراین ظرفیت کل مدار برابر است با:

$$C = C_{12,4} + C_4 + C_{10} + C_{6,3} + C_3$$

$$\Rightarrow C = 3.0 \text{ pF} + 4.0 \text{ pF} + 10 \text{ pF} + 2.0 \text{ pF} + 3.0 \text{ pF} = 22 \text{ pF}$$

بنابراین انرژی ذخیره شده در مجموع خازن ها برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (22 \times 10^{-12} \text{ F})(12 \text{ V})^2 = 15.84 \times 10^{-10} \text{ J}$$

۱۸. ظرفیت بیشینه ی این خازن هنگامی حاصل می شود که صفحات داخل آن منطبق بر هم باشند، به طوری که شکل خازن تبدیل به یک نیم استوانه شود. در این حالت چون خازن ها به صورت موازی به یکدیگر متصل شده اند. ظرفیت معادل برابر است با :

$$C = 4C_1 = 3 \left(\epsilon_0 \frac{A}{d} \right)$$

$$\Rightarrow C = 4 \left(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2 \left(\frac{1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{3.4 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) \right) = 4(3.9 \times 10^{-13} \text{ F})$$

$$= 15.6 \times 10^{-13} \text{ F}$$

۱۹. الف) نیروی وارد بر زنبور از برهمکنش دو بار نقطه ای روی گرده و بار متمرکز در مرکز زنبور حاصل می شود. بنابراین با استفاده از داده های مسئله: فاصله ی هر یک از بارها از زنبور (مرکز کره) به ترتیب برابر است با:

$$r_1 = 0.50 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$r_2 = 0.50 \times 10^{-2} \text{m} + 40.0 \times 10^{-6} \text{m} = 50.4 \times 10^{-4} \text{m}$$

بنابراین با این فرض، نیروی خالص وارد شده به گرده برابر است با:

$$F_e = k \frac{q_b q_1}{r_1^2} + k \frac{q_b q_2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow F_e = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \left[\frac{(45.0 \times 10^{-12} \text{C})(1.00 \times 10^{-12} \text{C})}{(0.50 \times 10^{-2} \text{m})^2} + \frac{(45.0 \times 10^{-12} \text{C})(1.00 \times 10^{-12} \text{C})}{(50.4 \times 10^{-4} \text{m})^2} \right] \approx 321 \times 10^{-11} \text{N}$$

(ب) در این حالت:

$$r_1 = 1 \times 10^{-3} \text{m}$$

$$r_2 = 1 \times 10^{-3} \text{m} + 40.0 \times 10^{-6} \text{m} = 10.4 \times 10^{-4} \text{m}$$

بزرگی نیروی وارد از سوی کلاله به گرده برابر است با:

$$F_e = k \frac{q_c q_1}{r_1^2} + k \frac{q_c q_2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow F_e = \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \left[\frac{(45.0 \times 10^{-12} \text{C})(1.00 \times 10^{-12} \text{C})}{(0.10 \times 10^{-2} \text{m})^2} + \frac{(45.0 \times 10^{-12} \text{C})(1.00 \times 10^{-12} \text{C})}{(10.4 \times 10^{-4} \text{m})^2} \right] \approx 778 \times 10^{-9} \text{N}$$

بنابراین گرده به گل می چسبد.

۱- مقاومت رشته ی لامپ وقتی روشن است برابر است با:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{2.9 \text{ V}}{0.30 \text{ A}} = 9.6 \Omega$$

اگر ابعاد رشته ی تنگستن تغییر نکند، مقاومت با رابطه ی زیر به دما مربوط است:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

بنابراین با توجه به داده های مسئله، می توانیم بنویسیم:

$$9.6 \Omega = 1.1 \Omega[1 + (4.5 \times 10^{-3} \text{C}^{-1})(T - 20^\circ\text{C})]$$

$$\Rightarrow T \approx 1750^\circ\text{C}$$

۲- با توجه رابطه ی مقاومت رسانا، داریم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho \frac{L}{A_A}}{\rho \frac{L}{A_B}}$$

بنابراین چون طول دو رسانا یکسان و هر دو از یک جنس ساخته شده اند، ما فقط بای مساحت سطح مقطع دو رسانا را محاسبه کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{A_B}{A_A} = \frac{\pi r_1^2 - \pi r_2^2}{\pi r^2} = \frac{r_1^2 - r_2^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{(2.0 \text{ mm})^2 - (1.0 \text{ mm})^2}{(1.0 \text{ mm})^2} = 3.0$$

۳- الف) با توجه به جدول ۳-۱، برای مقاومت ویژه می توانیم بنویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1.69 \times 10^{-8} \Omega\text{m}) \frac{30 \text{ m}}{\pi(0.04 \times 10^{-2} \text{m})^2} \approx 1.0 \Omega$$

ب)

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1.69 \times 10^{-8} \Omega\text{m}) \frac{70 \text{ m}}{\pi(0.065 \times 10^{-2} \text{m})^2} \approx 0.89 \Omega$$

۴- در حالت متوالی مقاومت معادل برابر است با:

$$R = 12 \Omega + 12 \Omega + 12 \Omega = 36 \Omega$$

و جریان عبوری از هر مقاومت برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12 \text{ V}}{36 \Omega} = \frac{1}{3} \text{ A}$$

در حالت موازی مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{12 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} = \frac{3}{12 \Omega} = \frac{1}{4 \Omega}$$

$$\Rightarrow R = 4 \Omega$$

و جریان عبوری از هر مقاومت برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12 \text{ V}}{12 \Omega} = 1 \text{ A}$$

۵- مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R = \frac{(6.0 \Omega)(12 \Omega)}{6.0 \Omega + 12 \Omega} + 2.0 \Omega = 4.0 \Omega + 2.0 \Omega = 6.0 \Omega$$

جریان کل مدار برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{36 \text{ V}}{6.0 \Omega} = 6.0 \text{ A}$$

این جریان از مقاومت ۲ اهمی عبور می کند، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲ اهمی برابر است با:

$$V = IR = (6.0 \text{ A})(2.0 \Omega) = 12 \text{ V}$$

و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت های موازی ۱۲ و ۶ اهمی برابر است با:

$$V = 36 \text{ V} - 12 \text{ V} = 24 \text{ V}$$

توان مصرفی در مقاومت ۶ اهمی برابر است با:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(24)^2}{6.0} = 96 \text{ W}$$

۶- مقاومت معادل این مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{4.0 \Omega} + \frac{1}{6.0 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} = \frac{6}{12 \Omega} = \frac{1}{2.0 \Omega}$$

$$\Rightarrow R = 2.0 \Omega$$

اختلاف پتانسیل کل برابر است با:

$$V = IR = (21 \text{ A})(2.0 \Omega) = 42 \text{ V}$$

جریان عبوری از مقاومت ۶ اهمی برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{42 \text{ V}}{6.0 \Omega} = 6.0 \text{ A}$$

۷- با بسته شدن کلید هر سه لامپ در مدار قرار می گیرند، لامپ های ۳ و ۶ اهمی با هم موازی هستند، مقاومت معادل این دو لامپ برابر است با:

$$\frac{1}{R_{3,6}} = \frac{1}{3.0 \Omega} + \frac{1}{6.0 \Omega} = \frac{3}{6.0 \Omega} = \frac{1}{2.0 \Omega}$$

$$\Rightarrow R_{3,6} = 2.0 \Omega$$

مقاومت محاسبه شده در بالا با مقاومت ۴ اهمی متوالی است، در این صورت مقاومت معادل کل مدار برابر است با:

$$R = 2.0 \Omega + 4.0 \Omega = 6.0 \Omega$$

جریان کل، یا همان جریانی که از لامپ ۴ اهمی می گذرد، برابر است با:

$$I_4 = \frac{V}{R} = \frac{18 \text{ V}}{6.0 \Omega} = 3.0 \text{ A}$$

اختلاف پتانسیل دو سر این لامپ برابر است با:

$$V_4 = I_4 R_4 = (3.0 \text{ A})(4.0 \Omega) = 12 \text{ V}$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر دو لامپ موازی (مقاومت های ۳ و ۶ اهمی)، برابر است با:

$$V_3 = V_6 = V - V_4 = 18 \text{ V} - 12 \text{ V} = 6.0 \text{ V}$$

پس جریان در هر یک از لامپ ها به ترتیب برابر است با:

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{6.0 \text{ V}}{3.0 \Omega} = 2.0 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{V_6}{R_6} = \frac{6.0 \text{ V}}{6.0 \Omega} = 1.0 \text{ A}$$

۸- الف) اگر در جهت جریان از نقطه ی A یک دور کامل بزنیم:

$$-R_1 I - \varepsilon_2 - r_2 I - R_2 I - r_1 I + \varepsilon_1 = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = -R_1 I - r_2 I - R_2 I - r_1 I + \varepsilon_1$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = -(2.0)(1.2) - (0.5)(1.2) - (1.5)(1.2) - (1.0)(1.2) + 12 = 6.0 \text{ V}$$

برای محاسبه ی $V_A - V_B$ در جهت جریان از A به B حرکت می کنیم:

$$V_A - R_1 I - \varepsilon_2 - r_2 I - R_2 I = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = R_1 I + \varepsilon_2 + r_2 I + R_2 I = 10.8 \text{ V}$$

ب) انرژی مصرف شده در مقاومت ۲ اهمی برابر است با:

$$U = RI^2 t = (2 \Omega)(1.2 \text{ A})^2 (5 \text{ s}) = 14.4 \text{ J}$$

انرژی مصرف شده در مقاومت ۱/۵ اهمی برابر است با:

$$U = RI^2 t = (1.5 \Omega)(1.2 \text{ A})^2 (5 \text{ s}) = 10.8 \text{ J}$$

۹- اگر جهت جریان را ساعتگرد در نظر بگیریم:

$$-R_1 I + \varepsilon_2 - R_2 I - \varepsilon_3 - r_3 I - R_3 I - R_4 I - r_1 I + \varepsilon_1 = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{-\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}{-R_1 - R_2 - r_3 - R_3 - R_4 - r_1} = \frac{-12}{-12}$$

$$\Rightarrow I = 1 \text{ A}$$

اگر در جهت جریان از A به B حرکت کنیم حرکت کنیم:

$$V_A + \varepsilon_2 - R_2 I - \varepsilon_3 - r_3 I = V_B$$

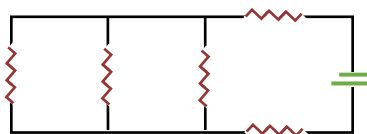
$$\Rightarrow V_A - V_B = -\varepsilon_2 + R_2 I + \varepsilon_3 + r_3 I = 5.5 \text{ V}$$

۱۰- مقاومت های ۴ اهمی دو به دو با هم موازی: بنابراین داریم:

$$\frac{1}{R_{4,4}} = \frac{1}{4.0 \Omega} + \frac{1}{4.0 \Omega} = \frac{2}{4.0 \Omega} = \frac{1}{2.0 \Omega}$$

$$\Rightarrow R_{4,4} = 2.0 \Omega$$

بنابراین مدار به شکل زیر ساده می شود:



که مقدار هر یک از مقاومت ها ۲ اهم است.

مقاومت معادل سه مقاومت موازی در شکل بالا برابر است با:

$$\frac{1}{R_{2,2,2}} = \frac{1}{2.0 \Omega} + \frac{1}{2.0 \Omega} + \frac{1}{2.0 \Omega} = \frac{3}{2.0 \Omega}$$

$$\Rightarrow R_{2,2,2} = \frac{2}{3} \Omega$$

و مقاومت معادل کل مدار برابر است با:

$$R = R_2 + R_2 + R_{2,2,2} = 2 \Omega + 2 \Omega + \frac{2}{3} \Omega$$

$$\Rightarrow R = \frac{14}{3} \Omega$$

جریان عبوری از منبع و مقاومت های متوالی با آن (مقاومت های ۲ اهمی در شکل کتاب) می گذرد برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{14 \text{ V}}{\frac{14}{3} \Omega} = 3 \text{ A}$$

جریان عبوری از هر یک از مقاومت های موازی ۲ اهمی (شکل مسئله) برابر است با:

$$I = 3I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{3 \text{ A}}{3} = 1 \text{ A}$$

چون این هر یک از این مقاومت ها از ترکیب دو مقاومت ۴ اهمی حاصل شده است بنابراین، جریان عبوری از مقاومت های ۴ اهمی برابر است با:

$$I_4 = \frac{1 \text{ A}}{2} = 0.5 \text{ A}$$

۱۱- ابتدا مقدار و جهت جریان را تعیین می کنیم (جهت جریان را پادساعتگرد در نظر می گیریم و در جهت جریان حلقه را دور می زنیم):

$$-r_2 I - \varepsilon_2 - RI + \varepsilon_1 - r_1 I = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{-\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{-r_2 - R - r_1} = \frac{-3}{-3} = 1 \text{ A}$$

اگر در جهت پادساعتگرد از نقطه A به نقطه E (نقطه ی متصل به زمین) با پتانسیل صفر حرکت کنیم (جهت جریان پادساعتگرد است):

$$V_A - \varepsilon_2 - r_2 I = V_E = 0$$

$$\Rightarrow V_A = \varepsilon_2 + r_2 I = 3 \text{ V} + (1 \Omega)(1 \text{ A}) = 4 \text{ V}$$

۱۲- ابتدا جریان I_1 را تعیین می کنیم، اگر در حلقه ی سمت چپ به صورت پادساعتگرد حرکت کنیم، داریم:

$$-(1 \Omega)(2 \text{ A}) + 12 \text{ V} - 6 \text{ V} - (1 \Omega)(2 \text{ A}) - (3 \Omega)I_1 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{2}{3} \text{ A}$$

طبق قانون شدت جریان ها:

$$I_2 = I - I_1 = 2 \text{ A} - \frac{2}{3} \text{ A}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{4}{3} \text{ A}$$

با توجه به شکل اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 و R_2 با هم برابر است:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{\left(\frac{2}{3} \text{ A}\right)(3 \Omega)}{\frac{4}{3} \text{ A}} = 1.5 \Omega$$

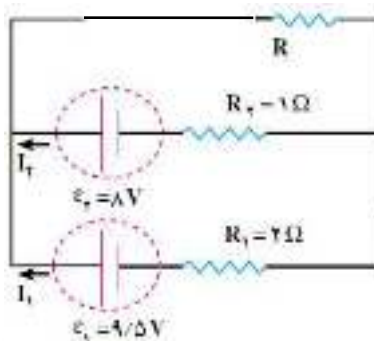
(ب) توان مصرفی هر یک از مقاومت ها برابر است با:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = (3 \Omega) \left(\frac{2}{3} \text{ A}\right)^2 = \frac{4}{3} \text{ W}$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = (1.5 \, \Omega) \left(\frac{4}{3} \, \text{A} \right)^2 = \frac{8}{3} \, \text{W}$$

۱۳- ابتدا مقاومت معادل سه مقاومت R_3 و R_4 و R_5 را محاسبه می کنیم:

$$R = \frac{(6.0 \, \Omega)(3.0 \, \Omega)}{6.0 \, \Omega + 3.0 \, \Omega} + 3.0 \, \Omega = 2.0 \, \Omega + 3.0 \, \Omega = 5.0 \, \Omega$$



قانون اختلاف پتانسیل برای حلقه بالایی و پایینی به شکل زیر است:

$$8.0 \, \text{V} - (5.0 \, \Omega)I - (1.0 \, \Omega)I_2 = 0$$

$$9.5 \, \text{V} - 8.0 \, \text{V} + (1.0 \, \Omega)I_2 - (2.0 \, \Omega)I_1 = 0$$

و قانون شدت جریان :

$$I = I_1 + I_2$$

بنابراین:

$$\begin{cases} 5I_1 + 6I_2 = 8 \\ 1I_2 - 2I_1 = -1.5 \end{cases} \Rightarrow I_1 = 1.0 \, \text{A} \quad , \quad I_2 = 0.5 \, \text{A}$$

توان مصرفی کل مقاومت های R_3 و R_4 و R_5 برابر است با:

$$P = RI^2 = (5.0 \, \Omega)(1.5 \, \text{A})^2 = 11.25 \, \text{W}$$

۱۴- در حلقه سمت چپ داریم:

$$2 - (1)I_1 + 4 - (2)I_3 = 0$$

$$\Rightarrow I_1 + 2I_3 = 6$$

در حلقه سمت راست داریم:

$$-(1)I_2 + 6 - (3)I_2 + 4 - (2)I_3 = 0$$

$$\Rightarrow 2I_2 + I_3 = 5$$

همچنین طبق قانون شدت جریان :

$$I_2 + I_1 = I_3$$

از سه معادله بالا نتیجه می گیریم:

$$I_3 = \frac{17}{5} \text{ A} \quad , \quad I_2 = \frac{21}{5} \text{ A} \quad , \quad I_1 = \frac{4}{5} \text{ A}$$

جهت جریان I_1 در خلاف جهت نشان داده شده در شکل است.

۱۵- این مقدار توان در مقاومت تلف می شود، چون مقاومت متغیر است، برای حالت اول مقدار آن از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$P = RI^2$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{9.50 \text{ W}}{(5.00)^2} = 0.38 \Omega$$

و برای حالت دوم:

$$P = RI^2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{12.6 \text{ W}}{(7.00)^2} \approx 0.26 \Omega$$

اکنون، چون مقاومت داخلی و مقدار نیروی محرکه باتری ثابت است، با استفاده از قاعده ی حلقه برای هر دو حالت به صورت جداگانه، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} +\varepsilon - rI_1 - R_1I_1 = 0 \Rightarrow \varepsilon - r(5.00) - (0.38)(5.00) = 0 \\ +\varepsilon - rI_2 - R_2I_2 = 0 \Rightarrow \varepsilon - r(7.00) - \left(\frac{12.6}{(7.00)^2}\right)(7.00) = 0 \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول بالا، خواهیم داشت:

$$r = 0.05 \Omega$$

$$\varepsilon = 2.15 \text{ V}$$

۱- با توجه به شکل، جهت جریان از راست به چپ است و اندازه ی نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی برابر است با:

$$F = BIl \sin \alpha$$

و چون جهت جریان و میدان بر هم عمود اند:

$$\sin \alpha = 1$$

$$\Rightarrow I = \frac{F}{Bl} = \frac{1 \text{ N}}{(0.5 \text{ T})(2 \text{ m})} = 1 \text{ A}$$

۲- الف) با توجه به شکل، چون جهت جریان و میدان بر هم عمود اند:

$$\sin \alpha = 1$$

نیروی مغناطیسی وارد بر هر متر برابر است با:

$$F = BIl \sin \alpha$$

$$\Rightarrow F = (0.05 \times 10^{-3} \text{ T})(1 \text{ m})(1.6 \text{ A})(1) = 0.8 \times 10^{-4} \text{ N}$$

ب) برای اینکه نیرو سنج ها عدد صفر را نشان دهند نیروی مغناطیسی باید برابر با وزن سیم و رو به بالا باشد، بنابراین جهت جریان باید در جهت شرق باشد و اندازه ی آن از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$F = BIl$$

$$\Rightarrow W = BIl$$

$$\Rightarrow mg = BIl$$

$$\Rightarrow (8 \times 10^{-3} \text{ kg})(10 \text{ N/kg}) = (0.05 \times 10^{-3} \text{ T})(1 \text{ m})I$$

$$\Rightarrow I = \frac{80 \times 10^{-3}}{0.05 \times 10^{-3}} \text{ A} = 1.6 \times 10^3 \text{ A}$$

۳- الف) بزرگی نیروی وارد بر این پروتون برابر است با:

$$F = qvB \sin \theta$$

$$\Rightarrow F = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \left(4.4 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (18 \times 10^{-3} \text{ T}) (\sin 53^\circ)$$

$$\Rightarrow F = 1.0 \times 10^{-14} \text{ N}$$

ب) با توجه به قانون دوم نیوتون:

$$F = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{1.0 \times 10^{-14} \text{ N}}{1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$\Rightarrow a = 5.9 \times 10^{12} \text{ N/kg} = 5.9 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

۴- میدان مغناطیسی در مرکز پیچ به برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}\right) (200)(1.2 \text{ A})}{(2)(0.05 \text{ m})}$$

$$\Rightarrow B \approx 3.0 \times 10^{-3} \text{ T}$$

۵- میدان مغناطیسی در مرکز سیملوله برابر است با:

$$B = \mu_0 nI$$

تعداد دور ها در واحد طول برابر است با:

$$n = \frac{N}{l}$$

بنابراین:

$$B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}\right) (250)(0.8 \text{ A})}{0.14 \text{ m}} = 17.9 \times 10^{-4} \text{ T}$$

۶- با توجه به شکل جهت میدان ناشی از هر یک از دو سیم لوله در خلاف یکدیگر است. هنگامی برآیند میدان مغناطیسی ناشی از دو سیملوله برابر صفر می شود که اندازه هر یک در نقطه ی M برابر باشد. و چون طول هر دو سیم لوله برابر و نقطه ی M در مرکز هر دو سیم لوله است داریم:

$$B_P = B_Q$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 N_P I_P}{l} = \frac{\mu_0 N_Q I_Q}{l}$$

$$\Rightarrow (200)I_p = (300)(1 \text{ A})$$

$$\Rightarrow I_p = 1.5 \text{ A}$$

۷- الف) نیروی وارد بر الکترون در حال حرکت در میدان مغناطیسی زمانی بیشینه است که جهت حرکت بر میدان مغناطیسی عمود باشد. باتوجه به قاعده ی دست راست و این نکته که بار الکتریکی الکترون منفی است جهت میدان به سمت غرب است. و بزرگی آن برابر است با:

$$B = \frac{F}{qv}$$

$$\Rightarrow B = \frac{6.8 \times 10^{-14} \text{ N}}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C}) \left(2.4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)} = 1.8 \text{ T}$$

ب) میدان الکتریکی که این نیرو را ایجاد می کند برابر است با:

$$E = \frac{F}{q}$$

$$\Rightarrow E = \frac{6.8 \times 10^{-14} \text{ N}}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})} = 4.2 \times 10^5 \text{ N}$$

۱. هنگامی که حلقه مستطیل شکل به میدان مغناطیسی می رسد، شار مغناطیسی که از حلقه عبور می کند تا ورود کل حلقه به میدان پیوسته افزایش پیدا می کند:

$$\phi = AB \cos \theta$$

در این مسئله $\cos \theta = 1$ و مساحت آن قسمتی از حلقه که وارد میدان مغناطیسی می شود با زمان تغییر می کند:

$$A = lvt$$

که در آن v سرعت، l عرض حلقه و t زمان می باشد. بنابراین شار عبوری در هر لحظه از زمان برابر است با:

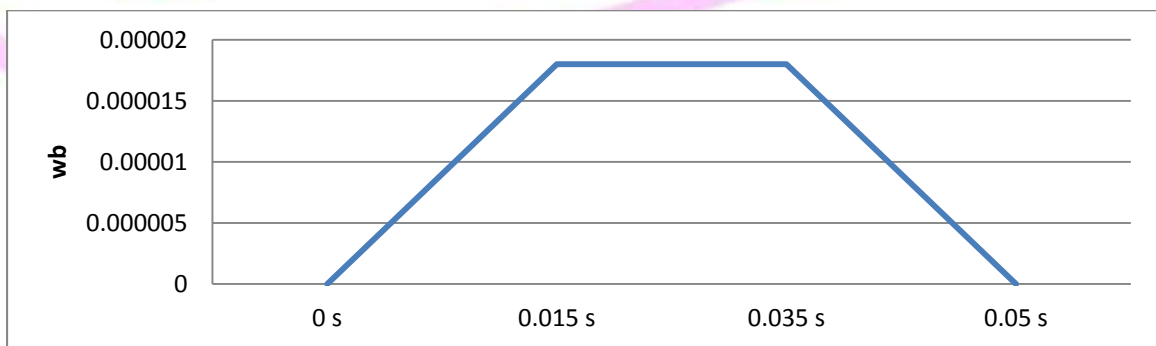
$$\phi = lvtB = (0.03 \text{ m}) \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (0.02 \text{ T}) t = 0.0012 t \text{ (Wb)}$$

در زمان $t = \frac{x}{v} = \frac{0.03 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 0.015 \text{ s}$ هنگامی که تمام حلقه درون میدان قرار گرفت شار مغناطیسی ثابت می شود:

$$\phi = AB = (0.03 \text{ m} \times 0.03 \text{ m})(0.02 \text{ T}) = 0.18 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

و هنگامی که این حلقه در زمان $t = \frac{x}{v} = \frac{0.07 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 0.035 \text{ s}$ از درون میدان بیرون می رود، شار عبوری در هر لحظه از زمان برابر است با :

$$\phi = 0.03 \times 10^{-3} - lvtB = 0.18 \times 10^{-4} \text{ Wb} - 0.0012 t \text{ (Wb)}$$



نیروی محرکه القایی در بازه زمانی صفر تا ۰/۰۱۵ ثانیه برابر است با:

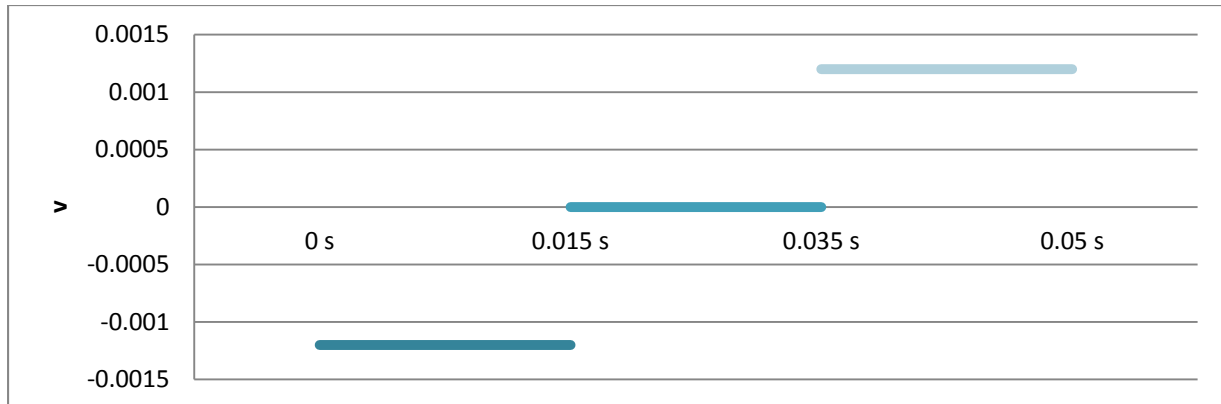
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{lvtB}{dt} \Rightarrow \varepsilon = -lvB = -(0.03 \text{ m}) \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (0.02 \text{ T}) = -0.0012 \text{ V}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = lvtB \end{array} \right.$$

چون در بازه زمانی ۰/۰۱۵ تا ۰/۰۳۵ ثانیه تغییر شار نداریم، نیروی محرکه القایی در بازه زمانی ۰/۰۱۵ تا ۰/۰۳۵ ثانیه برابر صفر است.

نیروی محرکه القایی در بازه زمانی ۰/۰۳۵ تا ۰/۰۵ ثانیه برابر است با:

$$\begin{cases} \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{lvB}{dt} \\ \phi = 0.03 \times 10^{-3} - lvB \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = lvB = 0.0012 \text{ V} = 0.0012 \text{ V}$$



۲- نیروی محرکه ی خود القایی از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\varepsilon_L = L \frac{dI}{dt} \quad \text{یا} \quad \varepsilon_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

با توجه به داده های مسئله، $\Delta I = 0.1 \text{ A}$ ، $\Delta t = 20 \text{ ms}$ و $L = 0.5 \text{ H}$ بنابراین، نیروی محرکه ی خود القایی برابر است با:

$$\begin{aligned} \varepsilon_L &= L \frac{\Delta I}{\Delta t} \\ \Rightarrow \varepsilon_L &= 0.5 \text{ H} \left(\frac{0.1 \text{ A}}{20 \times 10^{-3}} \right) = 2.5 \text{ V} \end{aligned}$$

۳- الف) ضریب خود القایی سیم لوله از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$L = k\mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

که در آن، N تعداد دورها، A مساحت سطح مقطع و l طول سیم لوله است، و چون سیملوله بدون هسته است $k = 1$ بنابراین:

$$L = k\mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

$$\Rightarrow L = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}) \frac{(1000)^2 (2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2)}{0.8 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow L = 3.1 \times 10^{-3} \text{ H}$$

ب) انرژی ذخیره شده در سیملوله از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

با قرار دادن نتیجه قسمت (الف) در رابطه بالا، خواهیم داشت:

$$4 \text{ J} = \frac{1}{2} (3.1 \times 10^{-3} \text{ H}) I^2$$

$$\Rightarrow I \approx 50.8 \text{ A}$$

۴- الف) شارمغناطیسی که در هر دو حالت از پیچه عبور می کند برابر است با:

$$\phi_1 = B_1 A \cos \theta = (0.04 \text{ T})(5.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(\cos 0^\circ) = 0.2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\phi_2 = B_2 A \cos \theta = (0.04 \text{ T})(5.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(\cos 180^\circ) = -0.2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

تغییر شار در این مدت برابر است با:

$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1 = -0.2 \times 10^{-3} - 0.2 \times 10^{-3} = -0.4 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

آهنگ متوسط تغییر شار مغناطیسی برابر است با:

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{-0.4 \times 10^{-3} \text{ Wb}}{0.01 \text{ s}} = -40 \times 10^{-3} \text{ Wb/s}$$

اندازه نیروی محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = (1000)(40 \times 10^{-3}) = 40 \text{ V}$$

۵- ابتدا اندازه میدان مغناطیسی زمین را بر حسب تسلا، تعیین می کنیم:

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$$

$$\Rightarrow 0.5 \text{ G} = 0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$$

شارمغناطیسی که در هر دو حالت از پیچه عبور می کند برابر است با:

$$\phi_1 = BA \cos \theta = (0.5 \times 10^{-4} \text{ T})(3.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(\cos 0^\circ) = 1.5 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

$$\phi_2 = BA \cos \theta = (0.5 \times 10^{-4} \text{ T})(3.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2)(\cos 90^\circ) = 0$$

تغییر شار در این مدت برابر است با:

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 0 - 1.5 \times 10^{-7} = -1.5 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

آهنگ متوسط تغییر شار مغناطیسی برابر است با:

$$\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{-1.5 \times 10^{-7} \text{ Wb}}{0.02 \text{ s}} = -7.5 \times 10^{-6} \text{ Wb/s}$$

اندازه نیروی محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = (1000)(7.5 \times 10^{-6}) = 7.5 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 7.5 \text{ mV}$$

۶- با توجه به شکل، زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و بردار عمود بر سطح برابر است با:

$$\alpha = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

حالا، با توجه به مثال ۵ - ۴ می توانیم بنویسیم:

$$\varepsilon = -Blv \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \varepsilon = (50 \times 10^{-6} \text{ T})(30 \text{ m}) \left(200 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (\cos 60^\circ)$$

$$\Rightarrow \varepsilon = 1.5 \times 10^{-1} \text{ V}$$

۷- بزرگی نیروی محرکه القایی برابر است با:

$$|\varepsilon| = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right|$$

بنابراین ما باید از رابطه داده شده برای شار مغناطیسی عبوری از حلقه، نسبت به زمان مشتق بگیریم:

$$\phi = (4t^2 + 3t - 1) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = (8t + 3) \times 10^{-3}$$

بنابراین بزرگی نیروی محرکه القایی در لحظه ۲ ثانیه برابر است با:

$$|\varepsilon| = (8(2) + 3) \times 10^{-3} \text{ V} = 19 \times 10^{-3} \text{ V}$$

$$\Rightarrow |\varepsilon| = 19 \text{ mV}$$

۸- رابطه جریان متناوب به شکل زیر می باشد:

$$\begin{cases} I = I_m \sin \omega t \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{cases} \Rightarrow I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

در زمان هایی که مقدار $\sin \frac{2\pi}{T} t$ برابر ۱ باشد مقدار جریان بیشینه خواهد شد:

$$\sin \frac{2\pi}{T} t = 1$$

$$\Rightarrow I = I_m$$

دوره جریان برابر $T = 0.02 \text{ s}$ است، بنابراین:

$$\sin \frac{2\pi}{0.02} t = 1$$

$$\Rightarrow t = 0.05 \text{ s}, 0.015 \text{ s}, 0.025 \text{ s}, \dots$$

در این زمان ها نیروی محرکه ی القایی برابر است با:

$$\varepsilon_m = I_m R = (2 \text{ A})(5 \Omega) = 10 \text{ V}$$

(ب)

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = (2) \sin \left(\frac{2\pi}{0.02} \left(\frac{1}{400} \right) \right) = (2) \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{2} \text{ A}$$

۹- با توجه به داده های مسئله:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{6\text{ V}} = \frac{11}{18}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{11}{18}(6\text{ V}) = \frac{11}{3}\text{ V}$$

